

ب) محاسبه میانه در جدول توزیع فراوانی: برای محاسبه میانه در جدول توزیع فراوانی مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم.

$$1- \frac{n}{2} \text{ را محاسبه می کنیم.}$$

۲- در ستون فراوانی تجمعی اولین عدد بزرگتر یا مساوی $\frac{n}{2}$ را یافته و طبقه مربوط به آن را طبقه میانه (i) می نامیم.

۳- میانه را از رابطه $Mn = L_i + \frac{(\frac{n}{2} - F_{i-1})w}{f_i}$ محاسبه می کنیم که در آن L_i حد پایین طبقه میانه، F_{i-1} فراوانی تجمعی طبقه ماقبل طبقه میانه، f_i فراوانی مطلق طبقه میانه و w طول طبقه میانه است.

تذکره: در جدول توزیع فراوانی طول تمامی طبقات با هم برابر است و آن را با کسر حد بالای یکی از طبقات از حد پایین همان طبقه می توان به دست آورد. به عبارت ریاضی داریم: $w = H_i - L_i$

مثال ۱) با توجه به داده های جدول مقابل مقدار

(R) میانه را محاسبه کنید؟

حدود طبقات	f_i	F_i
۱-۵	۲	۲
۵-۹	۳	۵
۹-۱۳	۳	۸
۱۳-۱۷	۲	۱۰

فراوانی تجمعی طبقه ماقبل طبقه میانه

اولین عدد بزرگتر یا مساوی $\frac{n}{2} = 5$

طبقه میانه

$$(1) \frac{n}{2} = \frac{10}{2} = 5$$

(۲) در ستون فراوانی تجمعی اولین عدد بزرگتر یا مساوی ۵ خود عدد ۵ است که متعلق به طبقه دوم

(۵-۹) یعنی $i = 2$ است. همچنین داریم $w = 5 - 1 = 4$.

(۳) اکنون می توان به راحتی میانه را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$Mn = L_r + \frac{(\frac{n}{2} - F_{i-1}) \times w}{f_i} = 5 + \frac{(5 - 2) \times 4}{3} = 9$$

مثال ۲) در جدول مقابل میانه را محاسبه کنید؟

حدود طبقات	f_i	F_i
۳-۷	۱۰	۱۰
۷-۱۱	۳۰	۴۰
۱۱-۱۵	۲۰	۶۰

$$\frac{n}{2} = \frac{60}{2} = 30$$

۱- در ستون فراوانی تجمعی اولین عدد بزرگتر یا مساوی ۳۰ عدد ۴۰ است که متعلق به طبقه دوم (۷-۱۱) یعنی $i=2$ است. همچنین داریم $w = 11 - 7 = 4$.

$$Mn = L_r + \frac{\left(\frac{n}{2} - F_r\right) \times w}{f_r} = 7 + \frac{(30 - 10) \times 4}{30} = 9.6$$

موارد استفاده از میانه و میانگین:

وجود معدودی مشاهده خیلی بزرگ یا خیلی کوچک، در میانه تاثیر ندارد، در حالی که وجود اینگونه مقادیر فرین در میانگین اثر قابل ملاحظه‌ای دارد. به نظر می‌رسد برای توزیع‌هایی که خیلی نامتقارن هستند، میانه معیار معقولتری از گرایش به مرکز است تا میانگین. به این دلیل در گزارشهای دولتی راجع به توزیع درآمد، به جای میانگین، میانه درآمدها را ذکر می‌کنند. وقتی توزیع خیلی نامتقارن نیست، میانگین به میانه ترجیح داده می‌شود و خیلی بیشتر از میانه بکار می‌رود، زیرا در روشهای استنباطی، میانگین از لحاظ نظری دارای امتیازاتی است که میانه فاقد آنهاست.

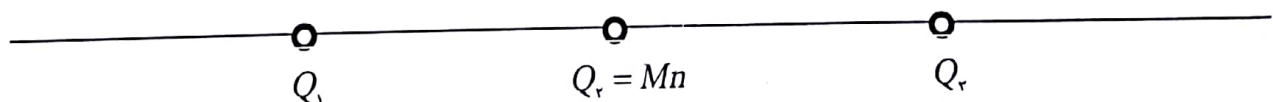
چندک‌ها: عدد X_p را که در آن $0 < p < 1$ است، چندک مرتبه p می‌نامند هرگاه تقریباً $100p$ درصد داده‌ها کوچکتر از آن باشند. مثلاً $X_{.15}$ را چندک مرتبه 0.15 می‌نامند هرگاه تقریباً ۱۵ درصد داده‌ها کوچکتر از آن باشند.

توجه: چندک‌ها کلی‌تر از میانه هستند، $X_{.5}$ در واقع همان میانه است.

چندک‌های معروف:

الف) چارک‌ها: که به ازای $p = .25, .50, .75$ به دست می‌آیند و داده‌ها را به چهار بخش مساوی تقسیم میکنند و به ترتیب آنها را Q_1, Q_2, Q_3 نمایش می‌دهند.

Q_1, Q_3 را به ترتیب چارک اول و سوم و Q_2 را میانه می‌نامند.



ب) دهک‌ها: که به ازای $p = 0/1, 0/2, \dots, 0/9$ به دست می‌آیند که داده‌ها با به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم کرده و به ترتیب آنها را با $D_1, D_2, \dots, D_9$ نشان می‌دهند.

ج) صدک‌ها: که به ازای $p = 0/01, 0/02, \dots, 0/99$ به دست می‌آیند و داده‌ها را به ۱۰۰ قسمت مساوی تقسیم کرده و به ترتیب آنها را با $P_1, P_2, \dots, P_{99}$ نمایش می‌دهند.

محاسبه چندک‌ها برای داده‌های طبقه بندی نشده:

فرض کنید n داده داشته باشیم که به ترتیب غیرنزولی $X_1 \leq X_2 \leq \dots \leq X_n$ مرتب شده باشند، برای به دست آوردن X_p بدین ترتیب عمل خواهیم کرد. حاصل عبارت $(n+1)p$ را به دست می‌آوریم اگر حاصل مساوی عدد صحیح r باشد، فرض می‌کنیم $X_p = X_r$. در غیر اینصورت $[(n+1)p] = r$ قرار داده و اختلاف آن با $(n+1)p$ را برابر w می‌گیریم. اکنون X_p را از رابطه $X_p = (1-w)X_r + wX_{r+1}$ محاسبه خواهیم کرد.

مثال ۱۹: برای داده‌های زیر $X_{.6}$ را محاسبه کنید؟

۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ۴ ۵ ۷ ۷ ۸ ۱۲

$$n=11 \& p=0/6 \Rightarrow (n+1)p = 12 \times 0/6 = 7/2 \notin \mathbb{Z}$$

$$[(n+1)p] = 7 = r \quad \& \quad 7/2 - 7 = 0/2 = w$$

$$\Rightarrow X_{.6} = (1 - 0/2)X_7 + 0/2X_8 = 0/8 \times 5 + 0/2 \times 7 = 5/4$$

پاسخ:

ب) محاسبه چندک برای داده‌های جدول توزیع فراوانی:

برای محاسبه چندک در جدول توزیع فراوانی مراحل زیر را به ترتیب انجام دهید.

۱- np را محاسبه می‌کنیم.

۲- در ستون فراوانی تجمعی اولین عدد بزرگتر یا مساوی np را یافته و آن را طبقه i ام می‌نامیم.

۳- مقدار چندک را از رابطه $X_p = L_i + \frac{(np - F_{i-1})w}{f_i}$ محاسبه می‌کنیم.

محاسبه نما برای داده های طبقه بندی شده:

- ۱- خلاصه کردن داده ها در یک جدول فراوانی.
- ۲- نماینده رده ای را که دارای بیشترین فراوانی می باشد و رده نمایی نامیده می شود، را به عنوان نما اختیار می کنیم.

۳- برای دقت بیشتر می توان نما را از فرمول $Mo = L_i + \left(\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right)w$ بدست آورد. در این فرمول L_i حد پایین طبقه ای که فراوانی مطلق آن بیشترین است، d_1 اختلاف فراوانی های مطلق طبقه نمادار و طبقه بلافاصله قبل از آن، d_2 اختلاف فراوانی های مطلق طبقه نمادار و طبقه بلافاصله بعد از آن و w طول طبقه است.

مثال ۱۴ در جدول توزیع فراوانی زیر نما را به دست آورید؟

حدود طبقات	f_i
۳ - ۷	۱۰
۷ - ۱۱	۳۰
۱۱ - ۱۵	۲۰

پاسخ:

$$\begin{cases} L_i = 7 \\ w = 7 - 3 = 4 \\ d_1 = f_r - f_1 = 30 - 10 = 20 \\ d_2 = f_r - f_r = 30 - 20 = 10 \end{cases} \Rightarrow Mo = 7 + \left(\frac{20}{20 + 10}\right) \times 4 = 9\frac{1}{3}$$

ص ۵

تمرینات آماری و محاسبات ریاضی و آمار

۱- در جدول فراوانی زیر $n=120$ و $n=120$ و $n=120$ را بدست آورید

حدود طبقه	f_i	F_i
۸-۱۰	۵	۵
۱۰-۱۲	۵	۱۰
۱۲-۱۴	۸	۱۸
۱۴-۱۶	۱۲	۳۰

۲- در جدول فراوانی تمرین ۱ معانه را بدست آورید

۳- در صورتیکه حدود طبقه طبقه پنجم $14-20$ با $f_i=10$ و $F_i=14$ باشد مد جدول را بدست آورید

۴- میانگین حسابی داده های جدول تمرین ۱ را محاسبه کنید

و موفق باشید و فها در ۱۰
۱۲
۹۸

لطفاً پاسخ تمرینات را در کلاس ۱۷، ۱۲، ۹۸ به آدرس ذیل ارسال کنید

h. Parhadli 17 @ yahoo . com