

(مسئله ۱) فرض کنید احتمال وقوع هر یک از رویدادها A از فضای نمونه S یک آزمایش تصادفی

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

که در آن $n(A)$ تعداد اعضاء A و $n(S)$ تعداد اعضاء فضای نمونه S می باشد.

قوانین احتمال: ① $P(\emptyset) = 0$ (مجموعه تهی است) ② $P(A') = 1 - P(A)$ ③ $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (تکمیل می باشد)

* تعریف A و B را دو رویداد مستقل گوئیم اگر $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

* تعریف احتمال شرطی: احتمال وقوع رویداد B بشرط آنکه از رویداد A آگاه باشیم را با $P(B|A)$ نمایش دهیم و بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad P(A) \neq 0$$

$$P(A \cap B) = P(B|A) \cdot P(A) = P(A|B) \cdot P(B)$$

* (قانون بنر) فرض کنید $A_1, A_2, \dots, A_n$ یک انبساط فضای نمونه S باشند و B رویدادی از فضای نمونه که باشد در این صورت

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i) \cdot P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(A_i) \cdot P(B|A_i)}$$

مثال ۱: در یک کلاس ۱۶ درصد دانشجویان غیر بومی و ۲۰ درصد دارای معدل بالای ۱۸ هستند اگر ۸ درصد دانشجویان غیر بومی دارای معدل بالای ۱۸ باشند احتمال آنکه از میان یک دانشجوی انتخاب شده با معدل بالای ۱۸ دانشجو داشته باشد. حل: اگر A و B رویدادهای غیر بومی و معدل بالای ۱۸ باشند

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.16 + 0.20 - 0.08 = 0.28$$

مثال ۲: فرض کنید $P(A) = 0.9$ و $P(B) = 0.8$ نشان دهید که $P(A \cap B) \geq 0.7$. حل: چون $P(A \cup B) \leq 1$ یا بگوییم: فرض کنیم $P(A \cup B) < 1$ لذا داریم:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$1 \geq 0.9 + 0.8 - P(A \cap B) \Rightarrow P(A \cap B) \geq 0.7$$

۳

مسئله ۳: فرض کنید از یک گروه ۳ نفره ۲ نفر کارکنان ارشد باشند اگر سه نفر از آنرا را به تصادف انتخاب کنیم احتمال اینکه هر ۳ نفر کارکنان ارشد باشند را بدست آورید.

حل: راه اول (اصل شمارش و ترکیب)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{C_3^3}{C_3^3} = \frac{1}{100}$$

راه دوم (اصل ضرب احتمالات) فرض کنیم A_1, A_2, A_3 به ترتیب بیش از یک کارکنان ارشد در هر یک از ۳ نفر اول، دوم و سوم باشند پس

$$P(A) = P(A_1) \cdot P(A_2 | A_1) \cdot P(A_3 | A_1 \cap A_2)$$

$$= \frac{20}{30} \times \frac{19}{29} \times \frac{18}{28} = \frac{18}{100}$$

مسئله ۴: فرض کنید از شهر تهران ۱۰۰ هزار نفری

ترتیب داده شده تا افراد مورد نظر شناسایی شوند فرض کنید این آزمائش در ۹۹ درصد موارد مثبت و ۱ درصد موارد افراد سالم را درست تشخیص می دهد اگر T و N به ترتیب نشانه دهی مورد آزمائش باشد احتمال آنرا بدینکه فردی که توسط آزمائش مثبت تلقی شود دارای ویروس باشد حل: دریم

$$P(T) = \frac{100}{200000} = 1/2000$$

$$P(A) = 1/9998 = 1 - 1/9998$$

$$P(T|A) = 1/99$$

$$P(N|A) = 1/101$$

$$P(T|N) = 1/100$$

$$P(N|N) = 1/99$$

$$P(A|T) = \frac{P(T|A) \cdot P(A)}{P(T|A) \cdot P(A) + P(T|N) \cdot P(N)}$$

$$= \frac{1/99 \times 1/2000}{1/99 \times 1/2000 + 1/101 \times 1/9998} = 1/101$$

یعنی به احتمال ۱/۱۰۱ فردی که توسط آزمائش مثبت تلقی شود دارای ویروس باشد و جان پسرانی نیست

به امید موفقیت فرزاده

۱۰، ۱۲، ۹۸

پس از مطالعه لطفاً: مکتوباً - صفحه بعدی را ارسال کنید و یا در h.farhadi17@yahoo.com ارسال کنید

۱) در جعبه ای سه مهره به رنگ آبی و یک مهره به رنگ قرمز وجود دارد از این جعبه سه مهره به تصادف و بدون جایگزینی خارج می‌کنیم اگر بدین دو مهره از سه مهره به رنگ آبی هستند احتمال اینکه هر دو مهره به رنگ قرمز باشد را بیابید.

۲) سه سراز A و B و C هر کدام یک تیر به سوی هدف شلیک می‌کنند اگر احتمال اکتب تیر به هدف به ترتیب $\frac{1}{4}$ و $\frac{1}{3}$ و $\frac{1}{2}$ باشد و یک تیر به هدف خورد باشد احتمال اینکه سراز B هدف را زده باشد چقدر است

۳) هرگاه $P(A) > 0$ ، $P(B) > 0$ ثابت کنید همواره $P(A|B) + P(A'|B) = 1$

۴) چهار کارگر A_1 در A_2 و A_3 و A_4 شش اتوبوس مراجعه کننده کار را در یک کارگاه فترت می‌کنند این کار را به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ و ۴ در سه روز یکبار و در سه روز دیگر می‌دهند و به ترتیب ۱ و ۲ و ۳ و ۴ ماشین مراجعه کننده را قبول می‌دهند (الف) احتمال اینکه یک ماشین در کارگاهش قبول می‌دهد چقدر است (ب) اگر شش ماشین مراجعه کننده آن درست می‌کنند به احتمال اینکه کارگر A_4 سروس شده باشد چقدر است. (ج) اگر شش ماشین مراجعه کننده آن درست می‌کنند به احتمال اینکه کارگر A_4 سروس شده باشد چقدر است.

لطفاً پس از حل پاسخ را به آدرس زیر ارسال کنید

h.farhadi 17 @ yahoo.com

فریدی

۹۸/۱۲/۱۰

مدرس: ۹۸/۱۲/۱۷

